平成28年度　文部科学省委託事業
「成長分野等における中核的専門人材養成等の戦略的推進」事業

社会基盤分野における次世代ニーズに係る
中核的専門人材養成プログラム開発プロジェクト事業

分割測量

参考文献：「測量計算と面積計算」(土地家屋調査士受験研究会 編、法学書院)

日本工学院八王子専門学校

目次

１．分割測量とは

例えば、親の土地を２人の兄弟で相続するとします。その場合、２つの方法がある。

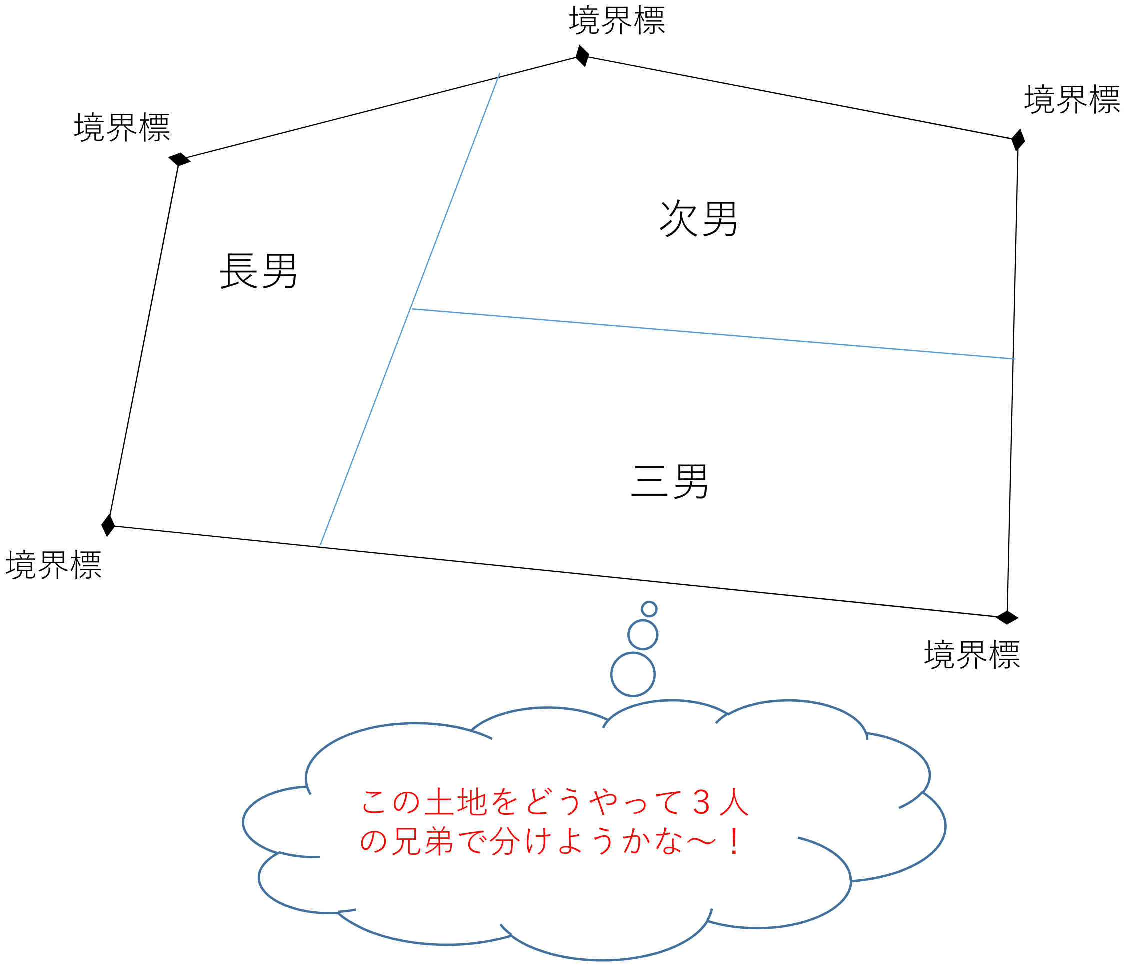
① ２人の共有名義にする方法。

② 土地を２分割してそれぞれ単独の名義にして所有する方法。

２つ目の場合、面積を正確に２分割して境界を設置する必要がある。（３人の兄弟で均等に分ける場合は正確に３分割）

その作業が分割測量である。

分割の方法にもいろいろある！

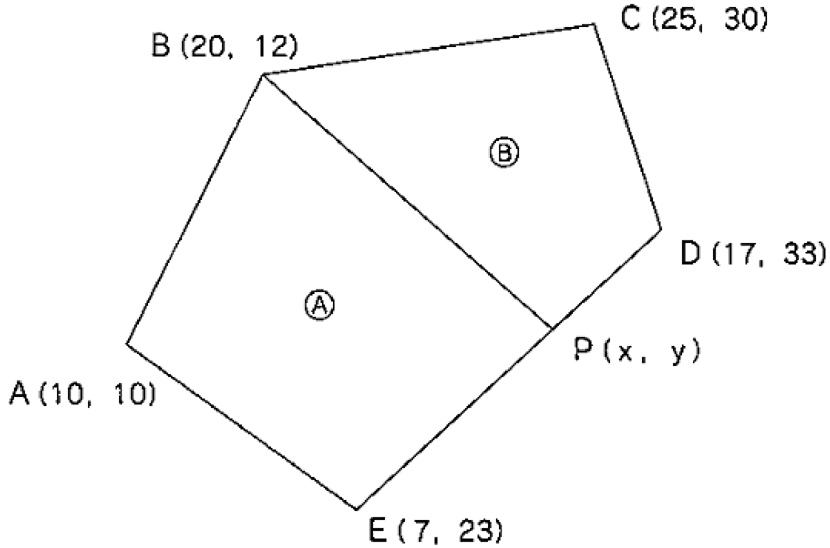


分割測量は一定の面積にするために、新点の座標値を求める必要がある。連立方程式で計算する方法と、三角形に分解する等いろいろな方法がある。

ここでは、例題を解きながら説明する。

1 ある点を通って分割する方法

下図の五角形の土地をBを通って一定の面積で分割する場合、BCDPで囲まれるBの面積計算による方程式とEDの方程式の連立方程式から求める方法と、三角形DBPに分解してから求める方法がある。

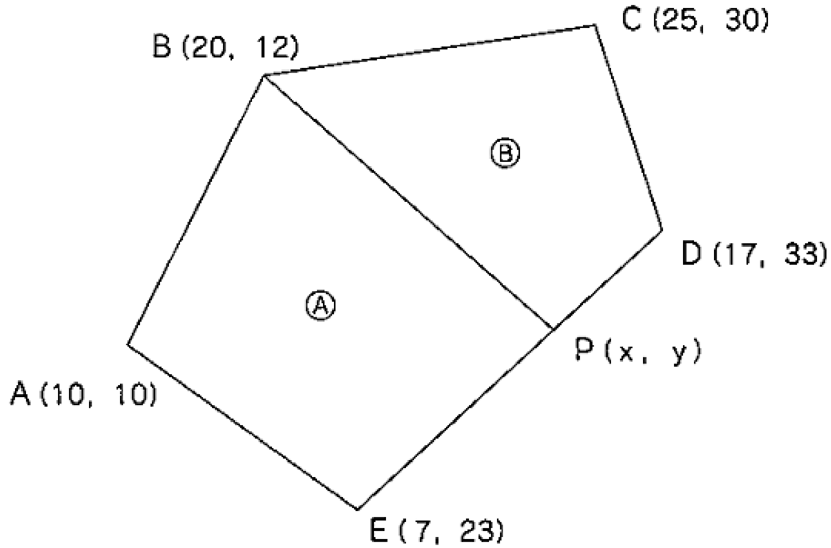


1 ある点を通って分割する方法

【1】連立方程式で計算する方法

［例題1］

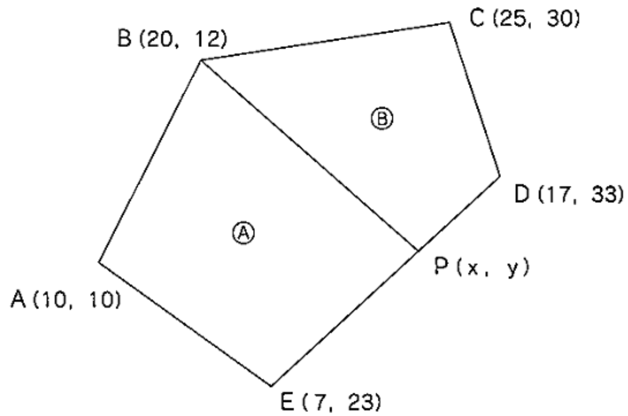
右図のように測点A～Eの座標値が与えられている。Ⓑの面積が139.5㎡となるようにP点の座標値をED上に求めなさい。



［解答1-1］

　P(x, y)とおいて、座標法による面積計算から方程式を作る。

　Ⓑの面積は次の通りである。



点	B	C	D	P
X座標	20	25	17	x
Y座標	12	30	33	y

$$20 \times (30 - y) = 600 - 20y$$
$$25 \times (33 - 12) = 525$$
$$17 \times (y - 30) = 17y - 510$$
$$x \times (12 - 33) = -21x$$

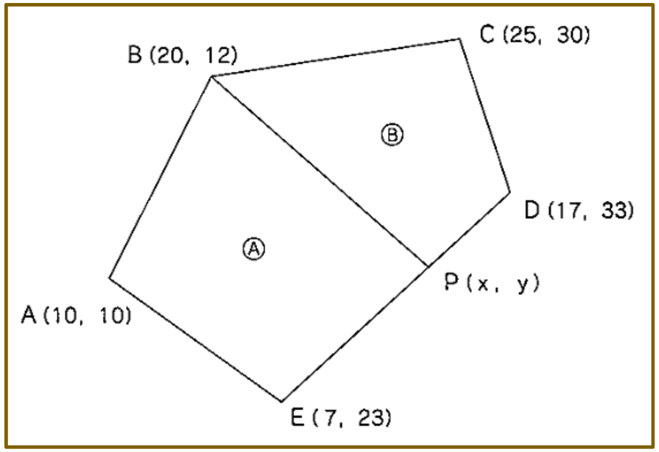
$$2\mathrm{A} = -3y - 21x + 615$$

Ⓑの面積は139.5㎡と指定されているから、

$$2 \times 139.5 = -3y - 21x + 615$$

であり、これを次のように整理する。

$$21x + 3y = 336 \qquad \cdot\cdot\cdot ①$$



P(x,y)はEDの直線上に存在するので、E(7,23)とD(17,33)を通る直線式は次のとおりである。

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1 = \frac{33-23}{17-7}(x-7) + 23 = x + 16 \qquad \cdot\cdot ②$$

したがって、①式と②式の連立方程式となり、②式を①式に代入する。

$$221x + 3(x + 16) = 336 \qquad 24x = 288 \qquad x = 12\ \mathrm{m}$$

これを②式に代入すると、

$$y = 12 + 16 = 28\ \mathrm{m}$$

したがって、Bの面積が139.5㎡となるときのPの座標値は、(12,28)である。

なお、Bの面積が139.5㎡となる確認をすると、

$$\begin{aligned}
20 \times (30 - 28) &= \quad 40 \\
25 \times (33 - 12) &= \ 525 \\
17 \times (28 - 30) &= -\ 34 \\
12 \times (12 - 33) &= -252 \\
\hline
2\mathrm{A} &= 279 \\
\mathrm{A} &= 139.5
\end{aligned}$$

となり、指定された面積となる。

この方法においては、２Aが必ず正の値になるように計算しなければならない。
例えば、今回計算したように、B→C→D→Pと右回りに座標値をとり、

$$2\mathrm{A} = \sum x_n (y_{n-1} - y_{n+1})$$

の計算方法によると良い。

［解答1-2］
　例題１において、Bの面積が139.5㎡となるように、三角形BCDと三角形BDPに分割してPの座標値を求める。
　三角形BCDの面積は、座標値から算出することができる。そこで、指定された面積139.5㎡から三角形BCDの面積を差し引くと三角形BDPの面積が定まる。

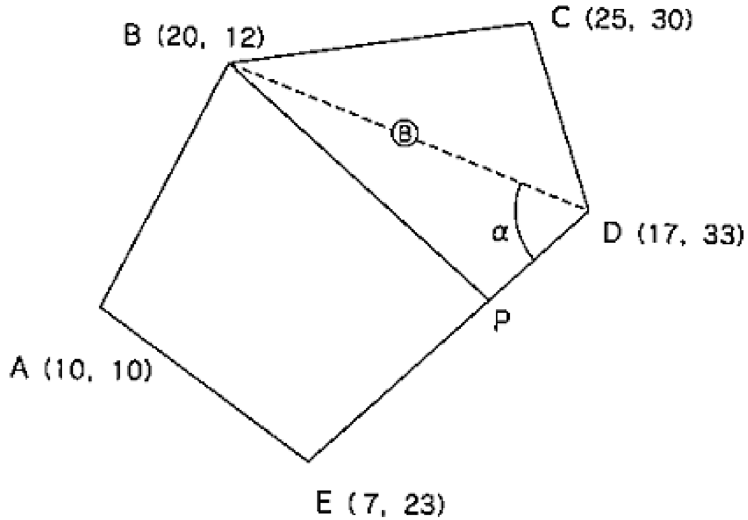
　さらに、三角形BDPの面積は次の二辺夾角によって求めることができ、
　$\overline{AB} \times \overline{DP} \times \sin\alpha \div 2 = \Delta BDP$　の面積が成り立つ。

これを整理して、DPの長さを求めて、Pの座標値を求めることができる。具体的には、次のようにする。
　三角形BCDの面積は、

B	C	D
$\frac{20}{12}$	$\frac{25}{30}$	$\frac{17}{33}$

$$20 \times (30 - 33) = -60$$
$$25 \times (33 - 12) = 525$$
$$17 \times (12 - 30) = -306$$
$$2A = 159$$
$$A = 79.5$$

となるので、三角形BDPの面積は、
$139.5 - 79.5 = 60$㎡　である。



［各座標値からDBの距離、21.213m、方向角278°　7′　48″　、DEの方向角225°　0′　0″　であるから、

∠EDB＝278°　7′　48″　－225°　0′　0″　＝53°　7′　48″

よって、二辺夾角による次の面積計算が成り立つ。

$$\triangle BDP = 21.213 \times \overline{DP} \times \sin 53°7'48'' \times \frac{1}{2} = 60$$

よって、

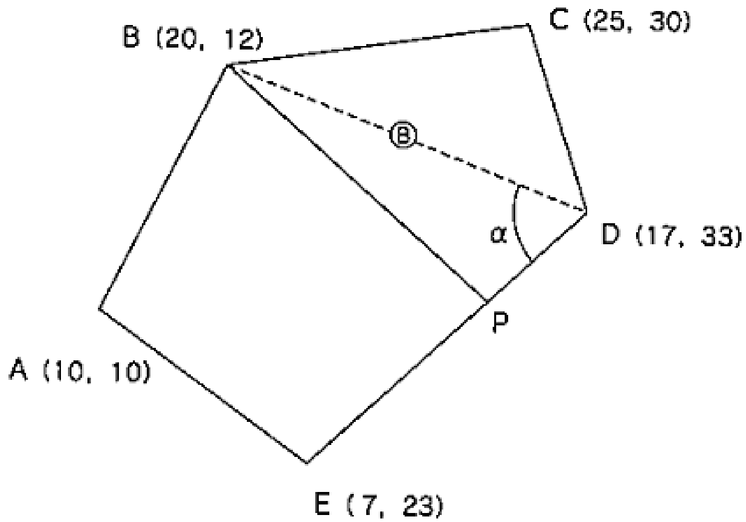
$$\overline{DP} = 60 \times 2 \div \sin 53°7'48'' \div 21.213 = 7.071$$

であり、D(17,33)からDEの方向角225°　と距離7.071mにより、

$$P_x = 17 + 7.071 \times \cos 225° = 12$$

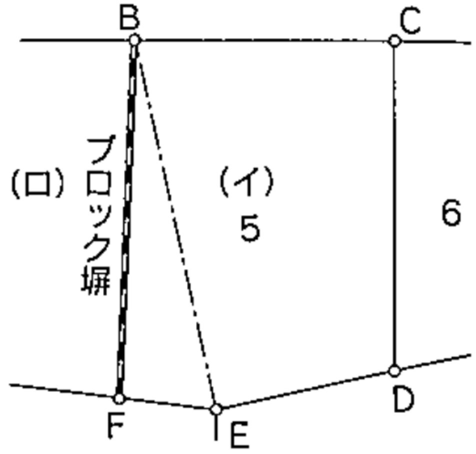
$$P_y = 33 + 7.071 \times \sin 225° = 28$$

Bの面積が139.5㎡となるP点の座標値は、(12,28)である。
このように、連立方程式を使わなくても、三角形に分割する方法によって、一定の面積とすることができる。



［例題２］

右図のBCDEFの各点で囲まれる(ｲ)の面積が141.6973㎡となるように、EFの距離（小数点以下第3位）を求めなさい。ただし、BCDEの各点で囲まれる面積は113.0838㎡とし、∠FEBは69° 51′ 54″ 、BEの距離は14.453mとする。



［解答2］

問題から、三角形BEFの面積は次の通りである。

$$141.6973 - 113.0838 = 28.6135㎡$$

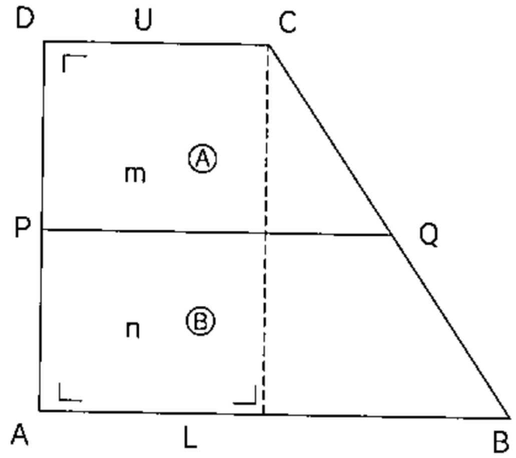
三角形BEFの面積において二辺夾角により、次式が成り立ち、$\overline{\mathrm{EF}}$の距離が求まる。

$$14.453 \times \overline{EF} \sin 69°51'54'' \times 0.5 = 28.6135㎡$$

$$\overline{\mathrm{EF}} = 4.2172\cdots$$

従って、EFの距離は、4.217mである。

2　平行に分割する方法



　多角形をある辺に平行に分割すると、それは台形になる。
　例えば、右図のような台形Aの面積が一定の面積になるように、A　Bに分割する問題である。一見簡単なように思えるが、縦の長さと横の長さが同時に変化するので難しい。
　このような台形を, 上底または下底に平行に一定の面積で分割する方法として3つの方法が考えられる。
1つ目は、ある辺を変数xとして一定の面積とすると、

$$ax^2 + bx + c = 0$$

のような2次方程式となる。

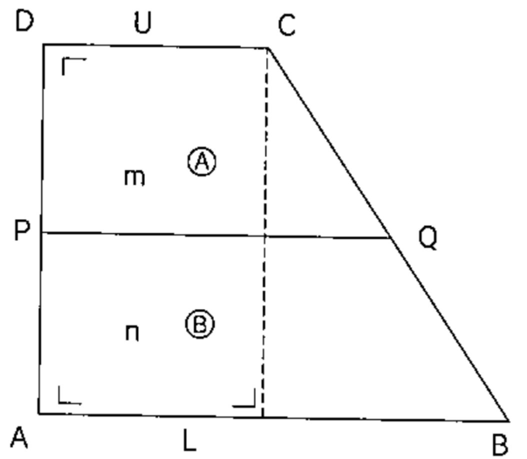
　このxを求めることによって、一定の面積に分割することができる。
2つ目は、相似形の面積比は, 辺の比の二乗に等しいことから求める方法である

2つ目は、相似形の面積比は、 辺の比の二乗に等しいことから求める方法である。
　この2つの方法は、後で示す例題I2を解きながら検討しよう。

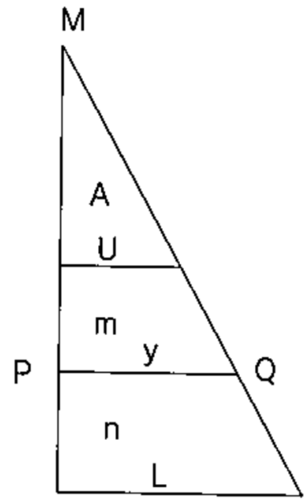
3つ目は、右図のような台形を底辺に並行に、面積比 m:n で分割するPQの長さを

$$\overline{PQ} = \sqrt{\frac{U^2n+L^2m}{m+n}} \quad ・・・①$$

とする公式によって求める方法である。
次に、この公式を証明してみよう。



　右図のように、三角形の頂点をMとするとき、Mと辺Uで囲まれる面積をAとする。台形の面積をm:nとするとき、相似形の面積比は、辺の比の二乗に等しいことから、次式が成り立つ。$\overline{PQ} = y$　とする。



$$\frac{A}{A+m} = \left[\frac{U}{y}\right]^2 \quad ・・・②$$

$$\frac{A}{A+m+n} = \left[\frac{U}{L}\right]^2 \quad ・・・③$$

②式、③式をAについて整理すると、②式は、

$$1 + \frac{m}{A} = \frac{y^2}{U^2} \qquad A = \frac{U^2 m}{y^2 - U^2} \quad ・・・④$$

③式は、

$$1 + \frac{m+n}{A} = \frac{L^2}{U^2} \qquad A = \frac{U^2(m+n)}{L^2 - U^2} \quad ・・・⑤$$

④式＝⑤式として、yについて整理すると、

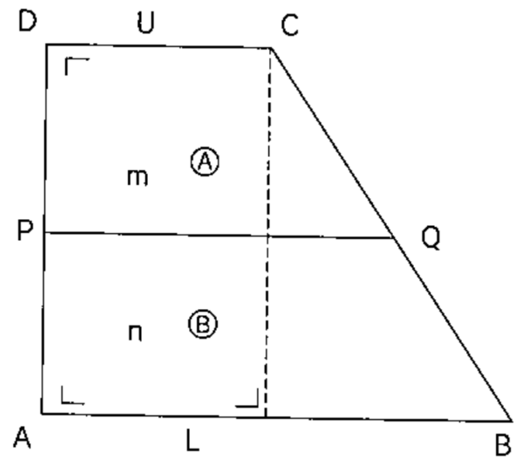
$$\frac{U^2m}{y^2-U^2}=\frac{U^2(m+n)}{L^2-U^2}$$

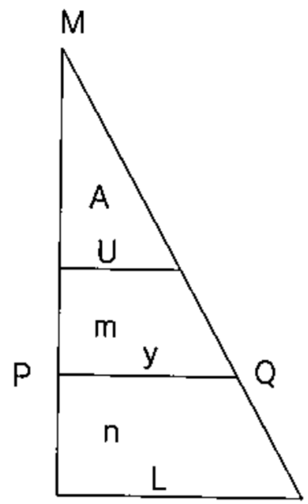
$$y^2-U^2=\frac{m\left(L^2-U^2\right)}{m+n}$$

$$y^2=\frac{m\left(L^2-U^2\right)+U^2(m+n)}{m+n}=\frac{U^2n+L^2m}{m+n}$$

これを開平すれば、①式になる。

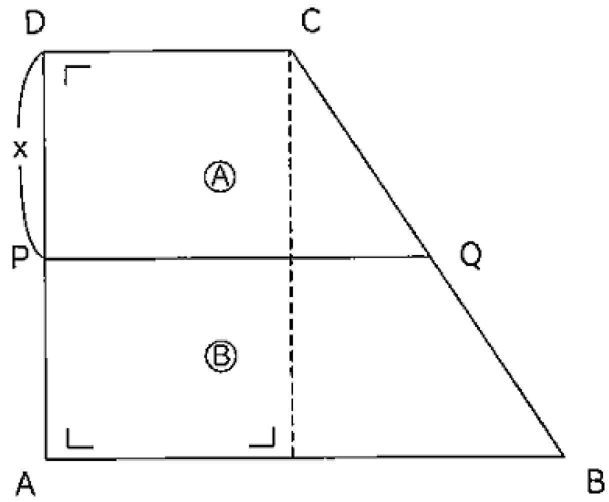
$$\overline{PQ}=y=\sqrt{\frac{U^2n+L^2m}{m+n}} \quad ・・・①$$





［例題３］

右図において,DC＝10m、AB=20m、AD=20mとする台形があるとき、台形DCQPで囲まれる面積を96.00㎡となるように、DPおよびPQの長さを求めよ。



［解答3-1］

【2次方程式による方法】

$\overline{DP}$をxとおいて, $\overline{PQ}$ をxで表すと

$$\overline{PQ} = 10 + \frac{(20-10)}{20}x = 10 + 0.5x$$

である。これを下底として上底10を加えxを乗じると、Aの2倍の面積であるので次式が成り立つ。

$$(10 + 10 + 0.5x)x = 96 \times 2$$

xについて次数の高い順に整理すると、

$$0.5x^2 + 20x - 192 = 0$$ となる。

このように2次方程式になる。

《2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0\ (ax \neq 0)$の解を求める公式》

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

に、a=0.5、b=20、c=ー192を代入すると、

$x = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \times 0.5 \times (-192)}}{2 \times 0.5}$

$= 8.00$　と　-48.00　である。（8.00を採用する）

したがって、xを$\overline{DP}$としたので、

$\overline{DP} = 8.00m$

$\overline{PQ} = 10 + 0.5 \times 8.00 = 14.00m$

である。

　このようにDPをxとする2次方程式の解を求めることによって、台形を一定の面職で分割することができる。

［解答3-2］

【面積比で求める方法】

例題3の問題を面積比で求めてみよう。

今、ADとBCの頂点をMとし、CからABに下ろした垂線の足をEとするとき、三角形MBAと三角形CBEは相似である。

そこで, 次式が成り立つ。

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MA}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{CE}}$$

$$\frac{20}{\overline{MA}} = \frac{10}{20}$$

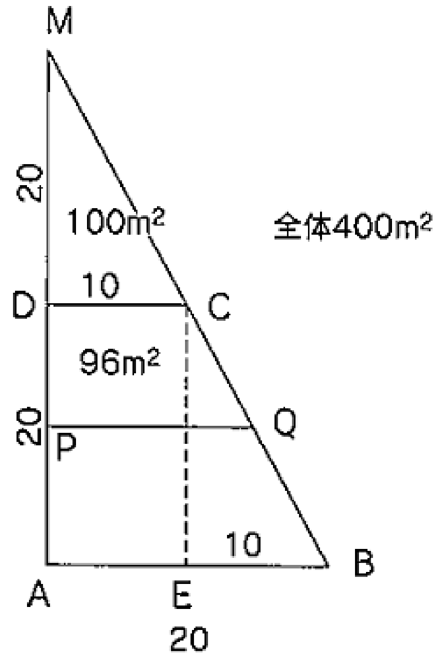
$\overline{AM} = 40m$　である。そこで、台形DCQP＝96㎡とするとき、次の三角形の面積を求めると、

△MBA$= 40 \times 20 \div 2 = 400$㎡

△MCD$= 20 \times 10 \div 2 = 100$㎡

△MQP$= 100 + 96 = 196$㎡

である。



面積比の平方根と辺の比は等しいので、次式が成り立つ。

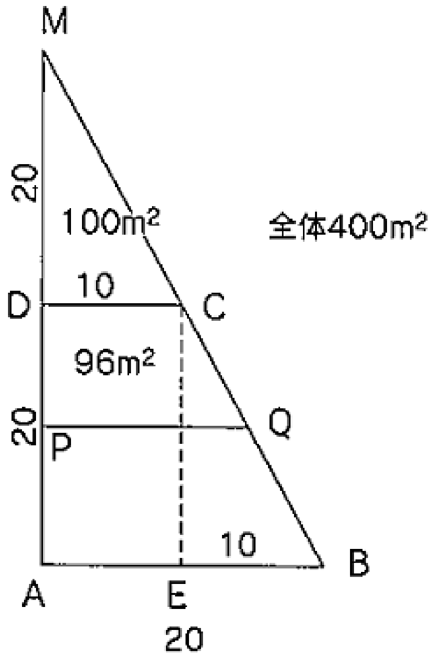
$$\sqrt{\frac{\Delta MQP}{\Delta MBA}} = \sqrt{\frac{196}{400}} = 0.7 = \frac{\overline{PQ}}{\overline{AB}(20)} = \frac{\overline{MP}}{\overline{MA}(40)}$$

$$\overline{PQ} = 20 \times 0.7 = 14.00m$$

$$\overline{MP} = 40 \times 0.7 = 28.00m$$

$$\overline{DP} = 28 - 20 = 8.00m$$

このように、面積の比と辺の比の性質を使って、台形を一定の面積で分割することができる。

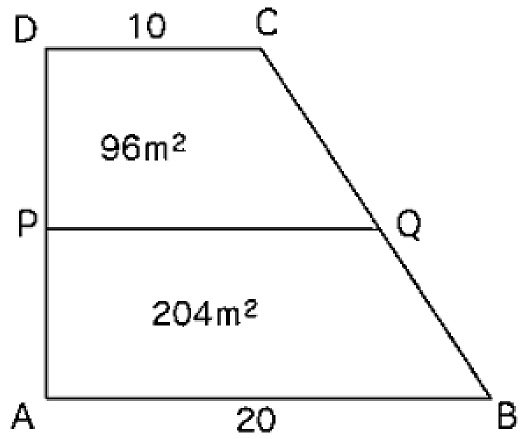


［解答3-3］

【公式による方法】

例題3の問題を、公式　$\overline{PQ}=\sqrt{\frac{U^2n+L^2m}{m+n}}$　を使って求めてみよう。

台形DCQP= 96㎡、台形PQBA $=300-96=204$㎡　である。



$m=96$、 $\mathrm{n}=204$、$\mathrm{U}(\overline{DC})=10$、$\mathrm{L}(\overline{AB})=20$　として代入すると、

$$\overline{PQ}=\sqrt{\frac{10^2\times204+20^2\times96}{96+204}}=14.00\ \mathrm{m}$$

であり、DPの長さは、次のとおりである。

$$\overline{DP}=(14-10)\div\frac{10}{20}=8.00\ \mathrm{m}$$

このように、公式を使って求めることもできる。

2 多角形を平行に分割する方法

図のような四角形について、一定の面積(S)となるようにADに平行な分割線PQで分割したい。

このとき、DからPQに下ろしたときの足の長さ(DAとPQの幅)を仮にx、図に示される角度をそれぞれ、α、βとするとSの2倍の面積は、

$$2S = (\overline{DA} + \overline{DA} + x\tan\alpha + x\tan\beta) \times x$$

である。これをxについて整理すると

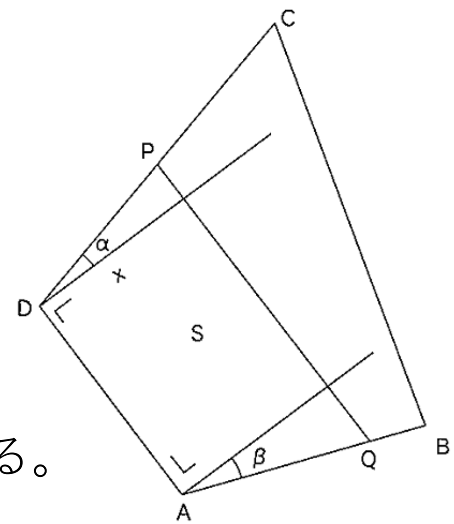
$(\tan\alpha + \tan\beta) \times x^2 + 2\overline{DA}x - 2S = 0$　であるので、

$\tan\alpha + \tan\beta = a$、$2\overline{DA} = b$、$-2S = c$　とする2次方程式

$ax^2 + bx + c = 0$　の解を求めることによって、xを求めることができる。このとき、

$\overline{PQ} = \overline{DA} + x(\tan\alpha + \tan\beta)$　である。

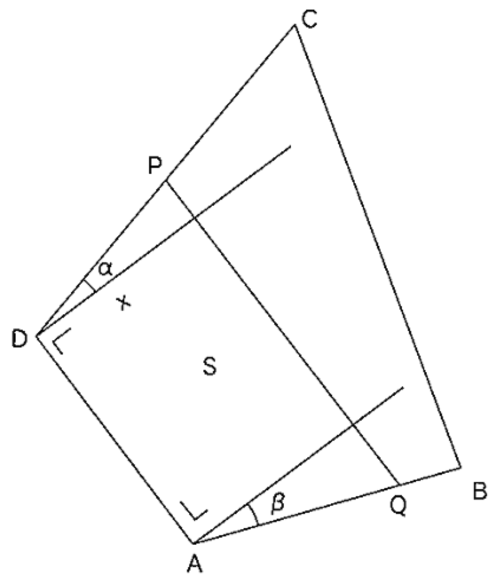
なお、　$\tan\alpha + \tan\beta = \tan(\alpha + \beta)$　ではないことに注意する。



［注］　α，βは，左図のように外側に向いているときには＋，内側に向いているときには－である。

［例題４］

右図において$\overline{DA} = 8.5$ m、$\alpha = 5°42'38''$、$\beta = 11°18'36''$　とするとき、ADPQで囲まれる台形の面積 $S = 100$㎡　となるようにxの長さを求めよ。ただし、DAとPQは平行とする。



［解答4］

$\alpha = 5°42'38''$、$\beta = 11°18'36''$ 、$\overline{DA} = 8.5$ m　を次の式、

$(\tan\alpha + \tan\beta) \times x^2 + 2\overline{DA}x - 2S = 0$

に代入すると、

$(\tan 5°42'38'' + \tan 11°18'36'')x^2 + 2 \times 8.5x - 2 \times 100 = 0$

$0.3x^2 + 17x - 200 = 0$

となる。2次方程式の解を求める公式

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

に、$a = 0.3$、$b = 17$ 、$c = -200$ を代入すると、

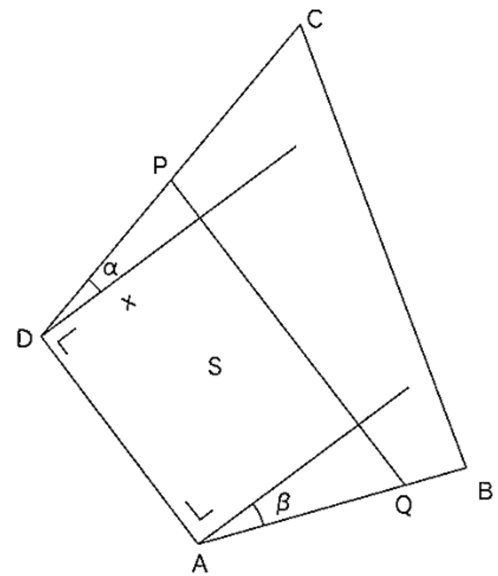
$x = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \times 0.3 \times (-200)}}{2 \times 0.3} = 10$　と　$-66.666\cdots$　となる。

よって、x=10.00mである。

$x = 10.00$mとするとき、$S = 100$㎡　となるか確認してみると、

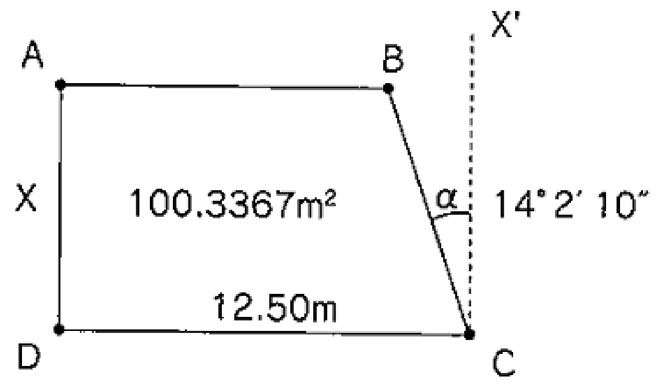
$\overline{PQ} = 8.50 + 10 \times (0.1 + 0.2) = 11.50$m

面積　$S = (8.50 + 11.5) \times 10.00 \div 2 = 100.00$㎡　となる。



［例題５］

右図の台形の面積が、100.3367㎡　となるように、ADの長さを求めなさい。
ただし、DCの長さは12.50m、図に示すαを$14°2'10''$、$\tan 14°2'10'' = 0.2500$
とする。



［解答5］

ADの長さをxとすると、台形の面積 100.3367㎡について、次式が成り立つ。

$$(12.50 + 12.50 - x \times \tan 14°2'10'') \times x \times 0.5 = 100.3367$$

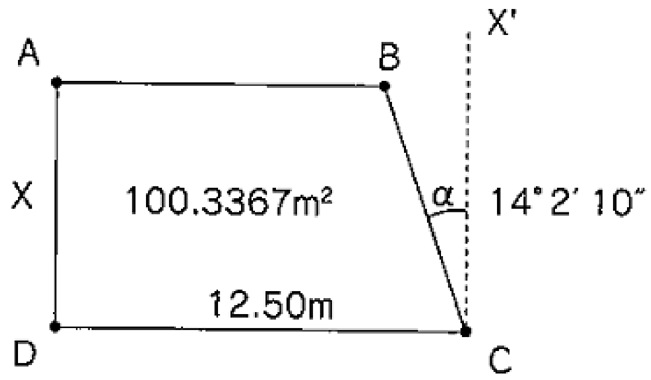
$$\tan 14°2'10'' = 0.2500$$

であり、xの次数の高い順に整理すると

$$(12.50 + 12.50 - 0.25x) \times x \times 0.5 = 100.3367$$

$$-0.25x^2 + 25x - 200.6734 = 0$$

である。 $ax^2 + bx + c = 0$
とするときの2次方程式の解の公式に
$a = 0.25$、$b = 25$ 、$c = -200.6734$　を代入する。



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{25^2 - 4 \times (-0.25) \times (-200.6734)}}{2 \times (-0.25)} = 8.801\cdots$$　と　$-91.198\cdots$　となる。

したがって、ADの長さは　8.80mである。

平成28年度　文部科学省委託事業
「成長分野等における中核的専門人材養成等の戦略的推進」事業

社会基盤分野における次世代ニーズに係る
中核的専門人材養成プログラム開発プロジェクト事業

日本工学院八王子専門学校