平成28年度　文部科学省委託事業
「成長分野等における中核的専門人材養成等の戦略的推進」事業

社会基盤分野における次世代ニーズに係る
中核的専門人材養成プログラム開発プロジェクト事業

復元測量

復元測量及び新点の決定

参考文献：「測量計算と面積計算」（土地家屋調査士受験研究会 編、法学書院）

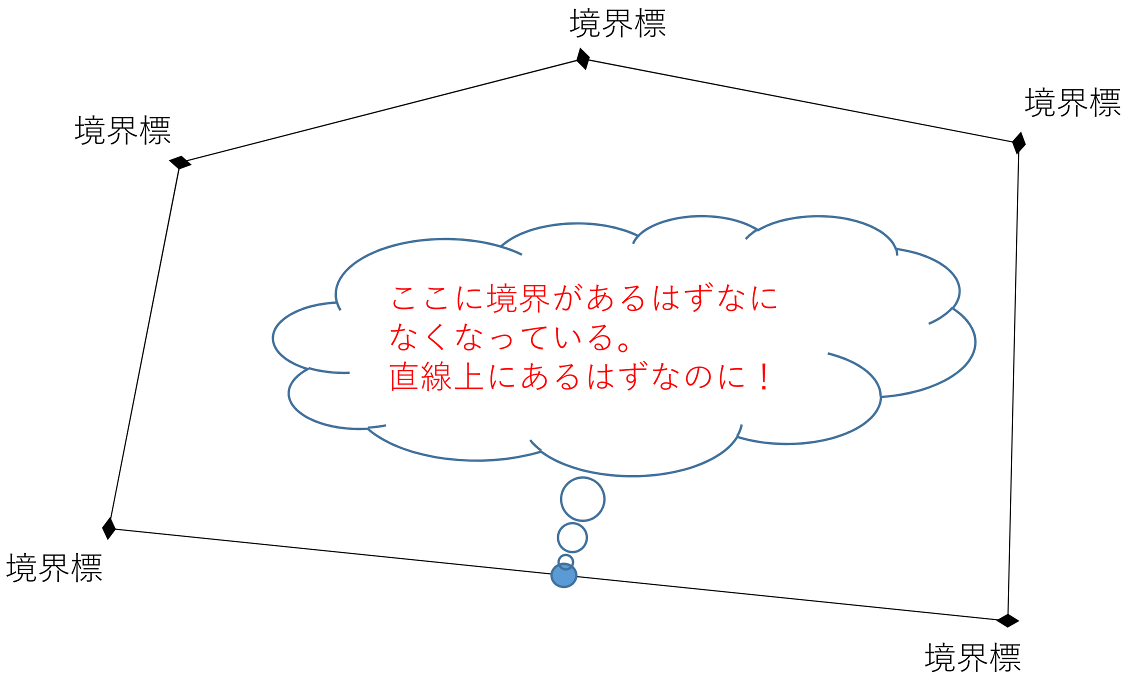
日本工学院八王子専門学校

目　次

1　復元測量とは

　復元測量とは、境界標が何らかの原因でなくなった場合、過去に取り交わした境界合意書や地籍測量図等を基に、境界を復元するための測量のことです。

　隣の境界標からの距離と方向が分かっている場合や、座標値が明確に示されている場合などは、計算によって復元することができます。



2　2 点間の座標値

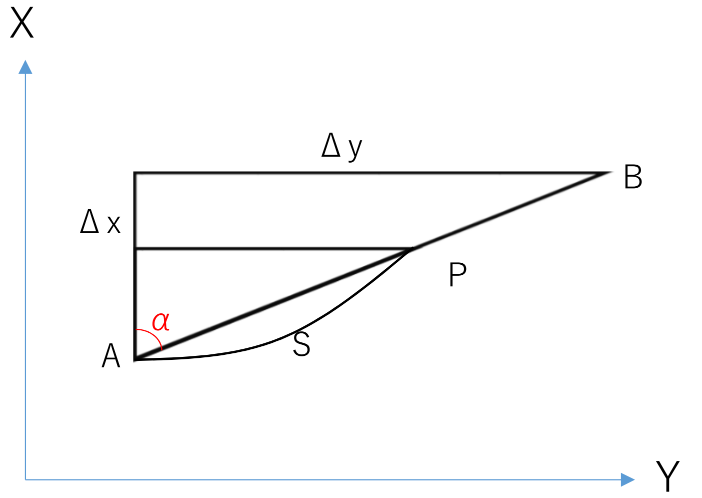
【1】直線上の距離が指定されている場合

　AB 2 点間上のA点からS離れたP点の座標値は、ABの長さを求めABの座標値から比例計算によって求めることができる。

$$\overline{AB}=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$$

$$P_x=A_x+\Delta x\frac{S}{\overline{AB}}$$

$$P_y=A_y+\Delta y\frac{S}{\overline{AB}}$$



（点A､Bの直線上にあり、A点からの距離が指定されている場合）

　なお、関数計算によってABの方向角(α)を求めることができるので、一般的には右の式のように計算する。

$$P_x=A_x+S\cos\alpha$$

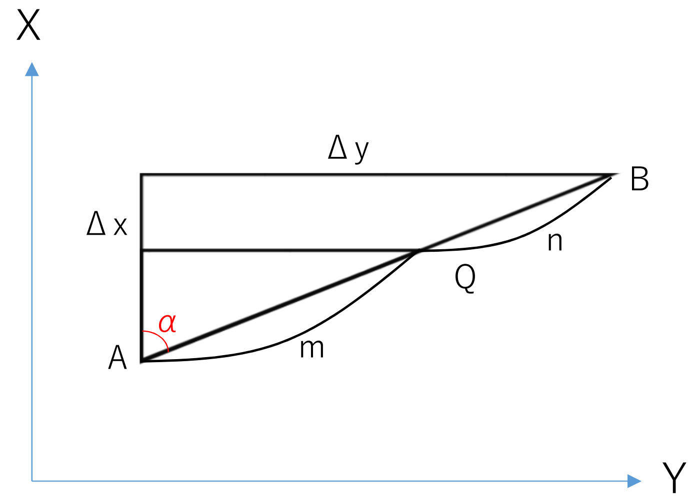
$$P_y=A_y+S\sin\alpha$$

【2】内分点

2 点ABを、m:nに内分する点Qの座標値は２点ABの直線上にあり、距離をm:nに内分されている場合は、
AB間の座標差から比例計算によって次のように求めることができる。

$$Q_x = A_x + \Delta x \frac{m}{m+n}$$

$$Q_y = A_y + \Delta y \frac{m}{m+n}$$



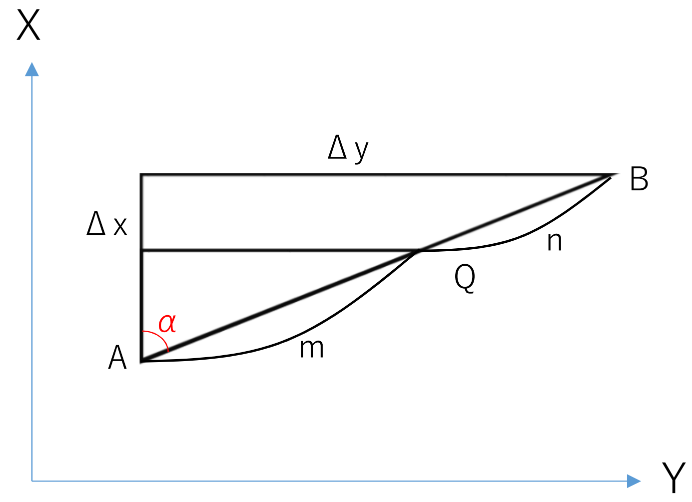
（点A、Bの直線上にあり、2点間の距離をm:nに内分されている場合）

　なお、AQ＝AB×m/(m-n)によってAQを求め、方向角から座標値を求めることもできるが、このとき、AQを四捨五入してしまうと誤差が生じるので、ミリ単位またはフル桁で計算する必要がある。

　なお、m:n＝1:1であるときの点を中点といい、m/(m+n)＝1/2となる。中点の座標は次のとおりである。

$$M_x = A_x + (B_x - A_x) \times \frac{1}{2} = \frac{(A_x+B_x)}{2}$$

$$M_y = A_y + \left(B_y - A_y\right) \times \frac{1}{2} = \frac{\left(A_y+B_y\right)}{2}$$



Qが中点の場合(2点間の距離のm:nが1:1の場合)

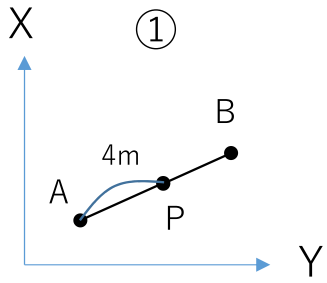
　つまり、中点の座標値は、
中央にあるのでA,Bの座標値の
平均を求めれば良い。

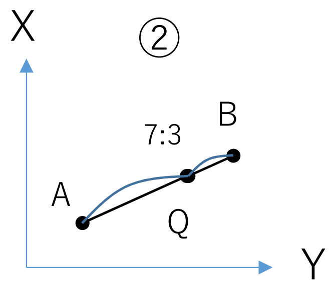
例題１

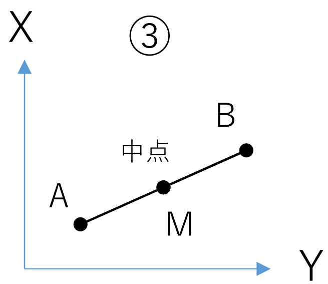
A（50.00，50.00），
B（56.00，58.00）とするとき、

点Aから点B方向にAP＝4.00mとするときの点Pの座標値①はいくらか。

また、ABを7:3に内分する点Qの座標値②及びABの中点Mの座標値③をそれぞれ求めなさい。

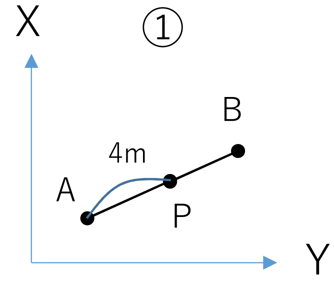






解答－1-①

① 座標の差からABの方位角を計算すると、



$$\alpha = \tan^{-1}\frac{(58.00-50.00)}{(56.00-50.00)}$$

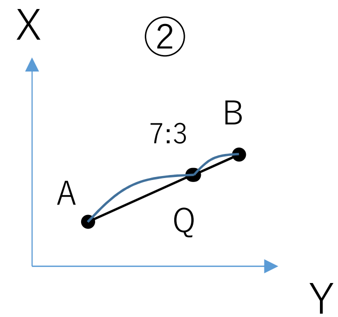
α＝53°　7′　48″　となる。よって、点Pの座標値は、

Px＝50.00+4.00×cos（53°　7′　48″）＝52.400・・・
Py＝50.00+4.00×sin（53°　7′　48″）＝53.199・・・

解答－1-②③

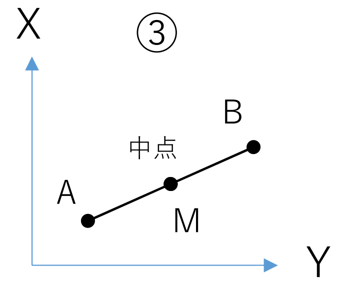
② ABを7:3に内分する点Qの座標値は、

$$Qx = 50.00 + (56.00 - 50.00) \times 7/(7+3) = 54.20$$
$$Qy = 50.00 + (58.00 - 50.00) \times 7/(7+3) = 55.60$$



③ ABの中点Mの座標値は、

$$Mx = (50.00 + 56.00)/2 = 53.00$$
$$My = (50.00 + 58.00)/2 = 54.00$$



　このように直線上の座標値を求める場合は、一定の距離が与えられているときはその方向角から求め、内分点であるときは座標値から比例計算すると良い。

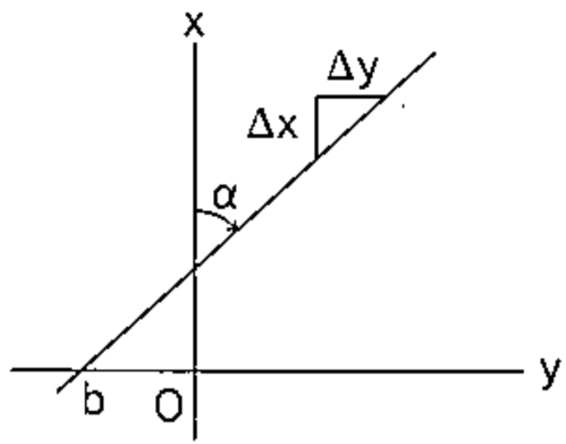
3　直線式と交点計算

　登記実務上、土地の境界を復元したり新たな境界を決定するときには交点計算を使うことが多い。

【1】直線式

　図のような、y軸上のｂ(切片）を通り、傾きａであるような直線を次のように表す。

$$y = ax + b$$



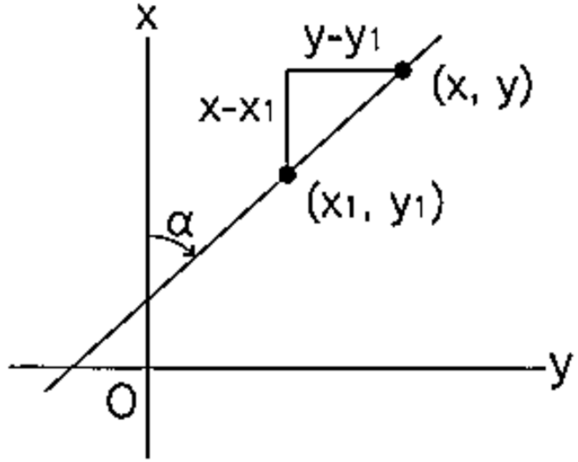
このときaは、$\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$　であり、$a = \tan\alpha$

　のように方向角でも表すことができる。

直線式をつくるには２つの方法がある！

（１）１点を通り方向角 α の直線式

　ある点（x_1, y_1）を通り方向角 α である直線上の任意の点を（x, y）とすると、その座標差と方向角 α は次の関係にある。



$$\tan\alpha = \frac{(y-y_1)}{(x-x_1)}$$

これを変形して y を求めると次のようになる。

$$y - y_1 = \tan\alpha(x - x_1)$$

$$y = \tan\alpha(x - x_1) + y_1 \quad ・・・\textbf{式①}$$

これが（x_1, y_1）を通り、方向角 α とするときの直線式である。

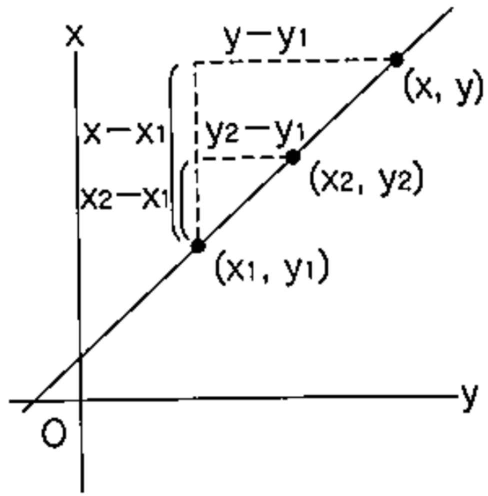
式①は
覚えておこう！

（２）２点を通る直線式

さらに、右図の２つの点（x_1,y_1），（x_2,y_2）を通る直線上の任意の点を（x,y）とする。

このとき、その座標差から次の関係にある。

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$



これを変形してyを求めると次のようになる。

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$$y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1 \quad ・・・\textbf{式②}$$

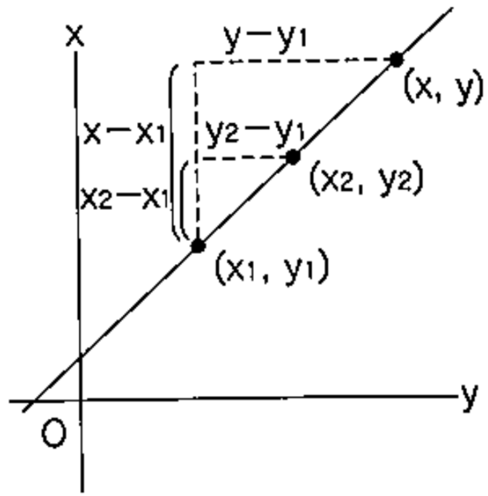
式②も覚えておこう！

$a=\tan\alpha=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$　を①式に代入しても同じである。

なお、②式において、x_1とx_2，y_1とy_2を入れ替えてもよい。

$$y = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_2) + y_2 \qquad \cdot\cdot\cdot \textbf{式②'}$$

以上、交点の座標値を求めるには、直線式の基本である①②式を理解しておけばよい。



例題２

　測点１（10.00, 10.00）を通り，方向角26°33′55″であるときの直線式を求めなさい。

解答２

　先の「１点を通り方向角 α の直線式」の式①

$y = \tan\alpha(x - x_1) + y_1$　に代入すると直線式は次の通りとなる。

$y = \tan(26°33'55'')(x - 10.00) + 10.00$

$\quad = 0.5x + 5.00$

例題３

　測点A（20.00，20.00），測点B（10.00，40.00）を通る直線式を求めなさい。

解答３

　先の「２点を通る直線式」の式②

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

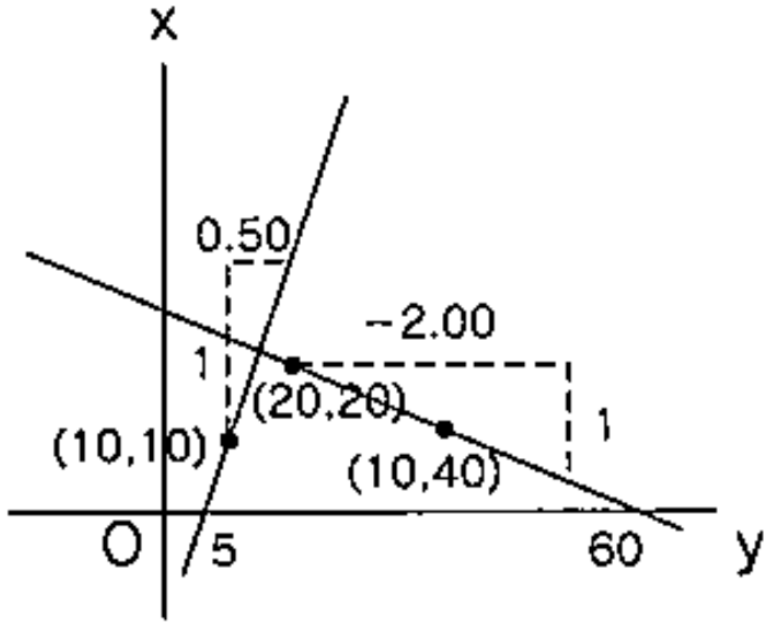
に代入すると直線式は次の通りとなる。

$$y = \frac{40.00 - 20.00}{10.00 - 20.00}(x - 20.00) + 20.00$$

$$= -2.00x + 60.00$$

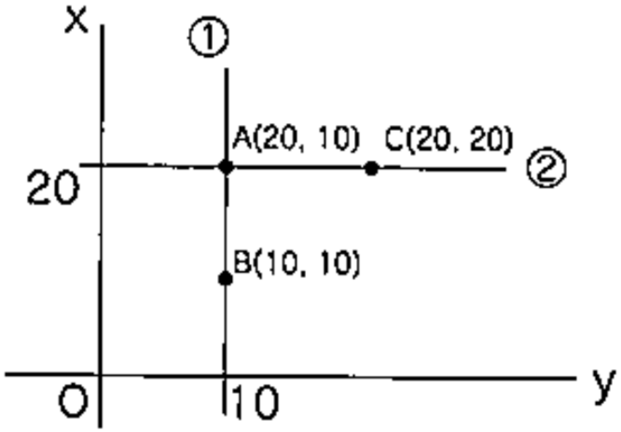
例題２,３解答イメージ

　例題２,３の座標上の位置関係は右図のとおりである。
　例題２の直線は、y軸上の５を通り、傾きがx方向１に対してy方向＋0.5。
　例題３の直線は、y軸上の60を通り、傾きがx方向１に対してy方向－2.00である。
　このように、直線式ができたときに、イメージできるようにしたい。



【２】平行または直行する場合

（１）x軸、y軸に平行な直線式



右図のような、A(20,10)、B(10,10)を通る直線①はx軸に平行である。また、AとC(20,20)を通る直線②は軸にへいこうである。

それぞれの直線式は、次のようになる。

①の直線式の方向角は、0°で(10,10)を通ることから

$$y = \tan 0° (x - 10) + 10 = 10$$ となる。

②の直線式の方向角は、90°で(20,20)を通ることから

$$y = \tan 90° (x - 20) + 20$$

$$= \infty(x - 20) + 20$$

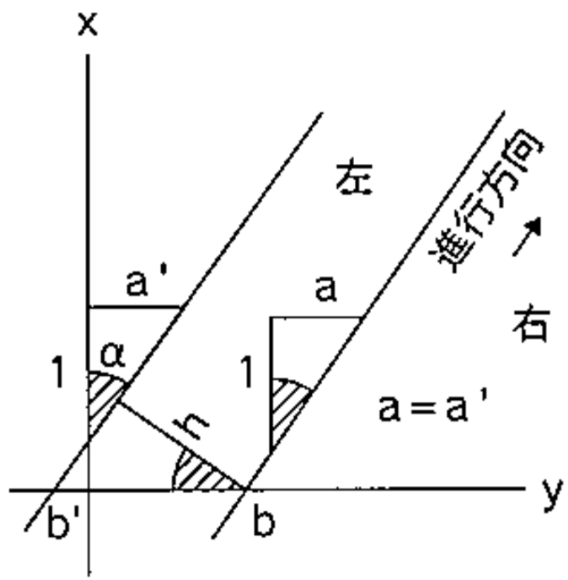
これを、xについて整理すると

$$x = \frac{y-20}{\infty} + \frac{\infty \times 20}{\infty} = 20$$ となる。

x軸、y軸に平行な直線式は、図から判断して、
x軸の20を通るときは$x = 20$、
y軸の10を通るときは$y = 10$
となる。

（２）平行な場合の直線式

右図のような傾きの等しい(a＝a’) ２つの直線は平行である。



$$y = ax + b \qquad y = a'x + b' \quad (b \neq b')$$

当然、方向角αも同じである。なお、平行な２直線の幅ｈと切片ｂとの関係は、右図から、

$$h = (b - b')\cos\alpha$$ である。

変形すると、ｂ’は次のようになる。

$$b' = b - \frac{h}{\cos\alpha}$$ （ｈが進行方向に向かって左側にあるときはー、右にあるときは＋）

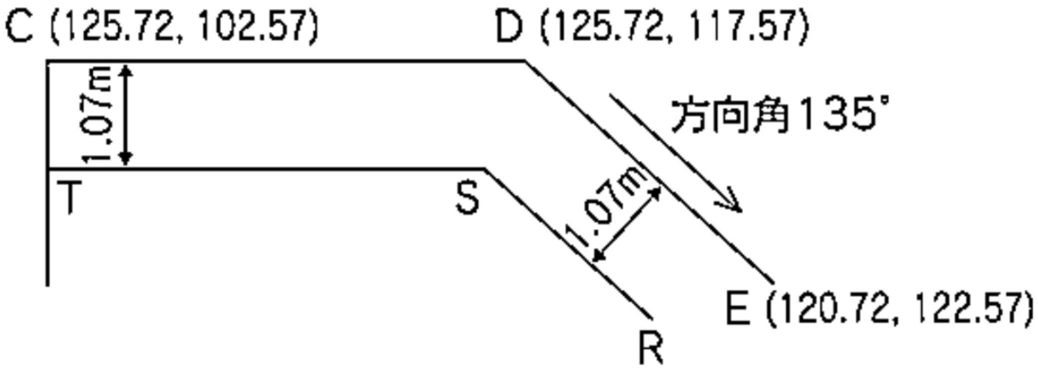
直線 $y = ax + b$ に平行な幅ｈ(左にあるとき)の直線式は、

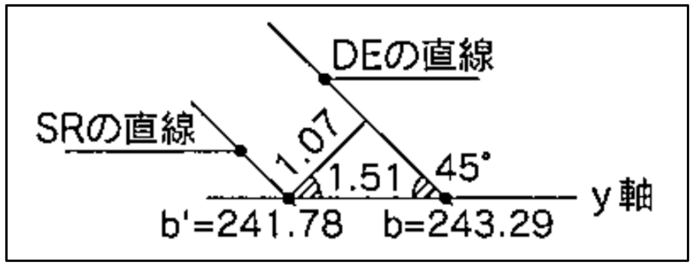
$$y = ax + b - \frac{h}{\cos\alpha}$$ ・・・**式③**　となる。

式③も覚えると
便利！

例題４

測点C,D,Eの座標値及び方向角を下図とする場合、幅員1.07ｍとする平行線T,S,Rのの交点Sの座標値を求めなさい。

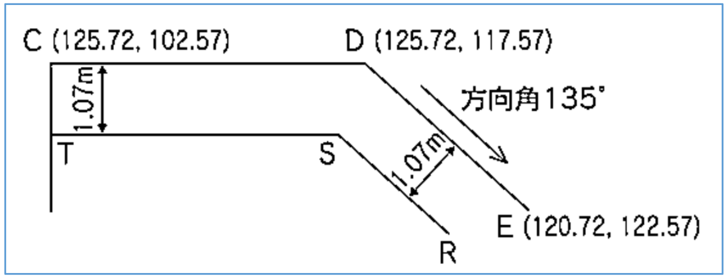




解答４

CDの方向角は90°　であるので、TSの直線式は、

$x = 125.72 - 1.07 = 124.65$　となる。



DEの直線式は

$$y = \tan 135° \,(x - 125.72) + 117.57 = -x + 243.29$$

であるので、SRの直線式は前頁の式③より、

$$y = -x + 243.29 + (1.07 \div \cos 135°)$$

$$= -x + 243.29 - 1.51$$

$$= -x + 241.78$$

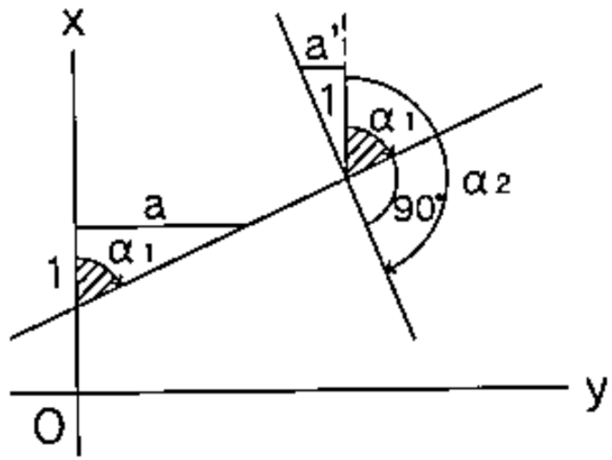
上図のように図解することができる！

これに、$x = 124.65$　を代入すると、

$y = 117.13$　となる。

従って、交点Sの座標値は、(124.65,　117.13)となる。

（３）直行する場合の直線式



右図のような傾きが

a×a’＝－１

となる２つの直線式は直行する。
また、それぞれの方向角をα1、α2　とするとき、

$\alpha_1 = \alpha_2 + 90°$　または、 $\alpha_1 = \alpha_2 + 270°$　であるときは、直行する。

つまり、点(x_1,y_1)を通り、方向角αとする直線

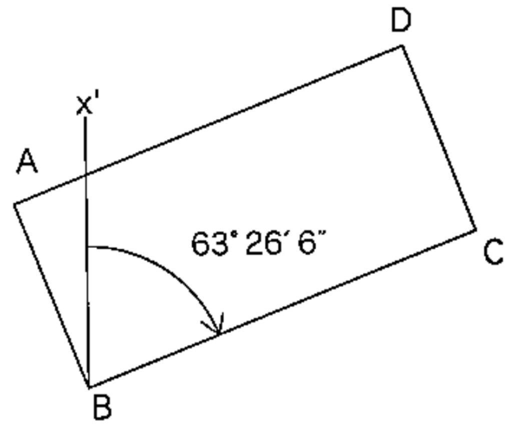
$y = \tan\alpha(x - x_1) + y_1$

と、点(x_2,y_2)を通り、方向角$(\alpha + 90°)$である次の直線は直行する。

$y = \tan(\alpha + 90°)\,(x - x_2) + y_2$　　　・・・式④

例題５

　測線BCの方向角が63°　26′　6″　であるとき、測点A(10.00,10.00)を通って、測線BCに平行な測線ADの直線式を求めなさい。



解答５

　測線ADと測線がの方向角が同じであり、ADの方向角は63°　26′　6″　である。測点A(10.00,10.00)を通る直線式は、前記式①に代入すると、

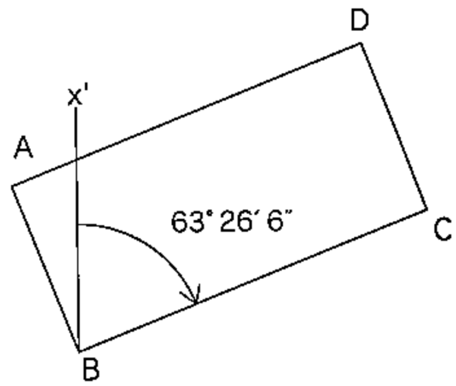
$$y = \tan 63°26'6'' (x - 10.00) + 10.00$$

$$= 2.00x - 10.00$$

である。

例題６

　例題５において、測点A(10.00,10.00)を通り、測線BCに直行する直線式を求めなさい。



解答６

　測線BCの方向角に90°を加えた方向角と測点A(10.00,10.00)を通るBCに直行する直線式は前記式④に代入すると、

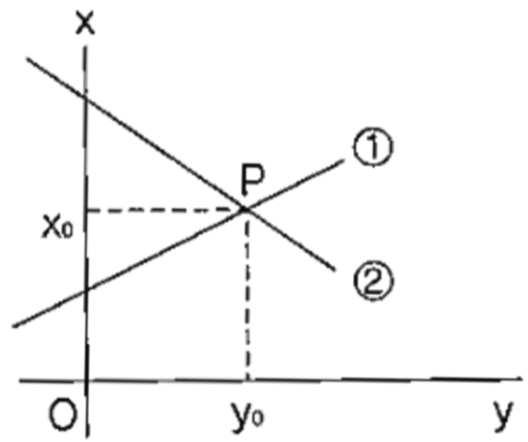
$$y = \tan(63°26'6'' + 90°)\,(x - 10.00) + 10.00$$

$$= -0.5x + 10.00$$

である。

【３】交点計算

　これで、いろいろ直線式ができるようになった。
２つの直線が平行でない(ａ ≠ ａ’)限り、必ず交点がある。
右図の①および②の直線式の解を求めることによって、
交点Ｐの座標（x_0,　y_0）を求めることができる。
　２つの直線の交点の解を求めるには、次のように行う。



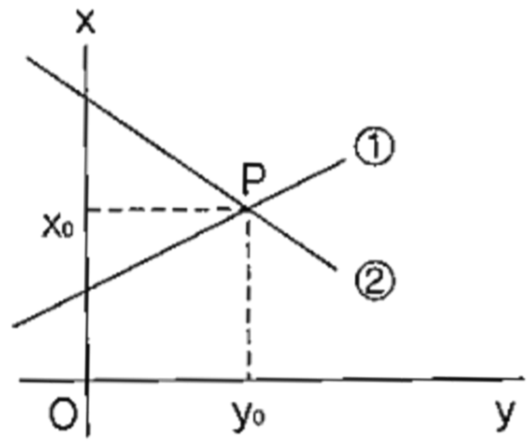
$y = ax + b$　・・・①　　　　$y = a'x + b'$　・・・②

ここで、式①－式②とする。

$$\begin{array}{rl} & y = ax + b \\ -) & y = a'x + b' \\ \hline & 0 = (a - a')x + (b - b') \end{array}$$

$y = ax + b$　・・・①　　　　$y = a'x + b'$　・・・②

ここで、式①－式②とする。



$$\begin{array}{rl} & y = ax + b \\ -) & y = a'x + b' \\ \hline & 0 = (a - a')x + (b - b') \end{array}$$

ここで求めた x の値

$$x = \frac{(b-b')}{(a'-a)}$$

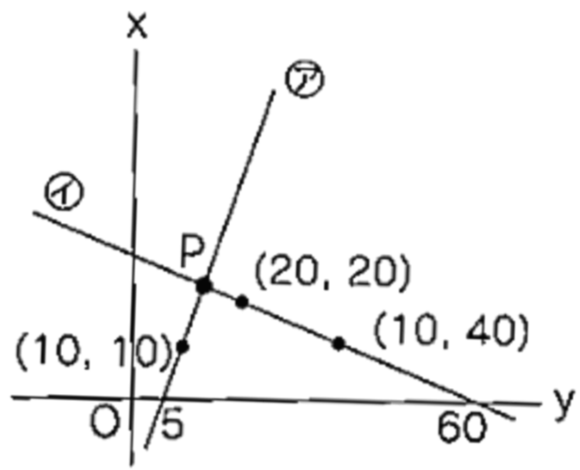
（x_0）を、式①または式②に代入して y を求める。

$$y_0 = a \times (x_0\text{の値}) + b$$

（x_0, y_0）が交点Pの座標である。

例題７

　例題２,３で求めた測点１(10.00,　10.00)を通る方向角26°　33′　55″の直線アと、測点２(20.00,　20.00)と測点３(10.00,　40.00)を通る直線イとの交点Pの座標を求めなさい。



解答７

本章【1】の直線式にそれぞれ代入して確認すると、
１点を通り方向角 α のアの直線式は、

$$y = \tan 26°33'55'' (x - 10.00) + 10.00$$

$$= 0.5x + 5.00 \quad ・・・①$$

２点を通るイの直線式は

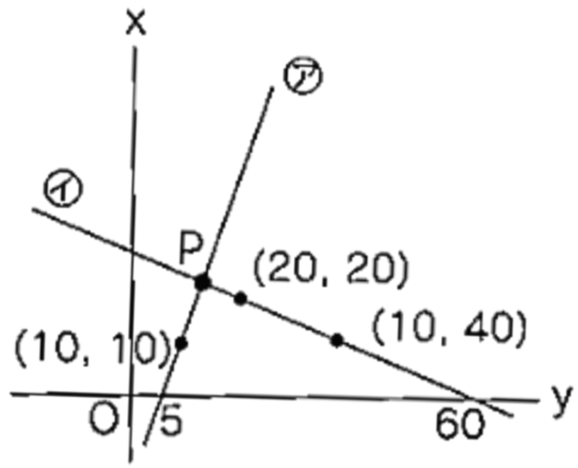
$$y = \frac{40.00-20.00}{10.00-20.00}(x - 20.00) + 20.00$$

$$= -2x + 60.00$$

ここで、式①－式②とする。

$$\begin{array}{rl} & y = 0.5x + 5.00 \\ -) & \underline{y = -2.00x + 60.00} \\ & 0 = 2.5x - 55.00 \end{array}$$

$$x = 22.00$$

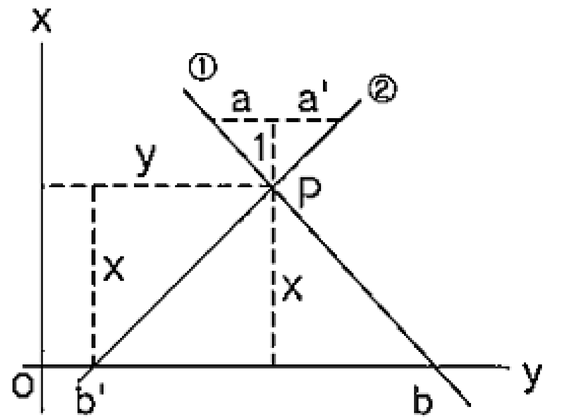


これを式①に代入すると、

$$y = 0.5 \times 22.00 + 5.00 = 16.00$$

となる。従って、交点Pの座標値は、
（22.00， 16.00）となる。

【４】交点計算の図形上での確認



$$x = \frac{(b-b')}{(a'-a)}$$

　ここまで、交点計算を代数で求めてきたが、図形でこれを確認してみよう。
　２つの直線式

$$y = ax + b \quad ・・・①$$

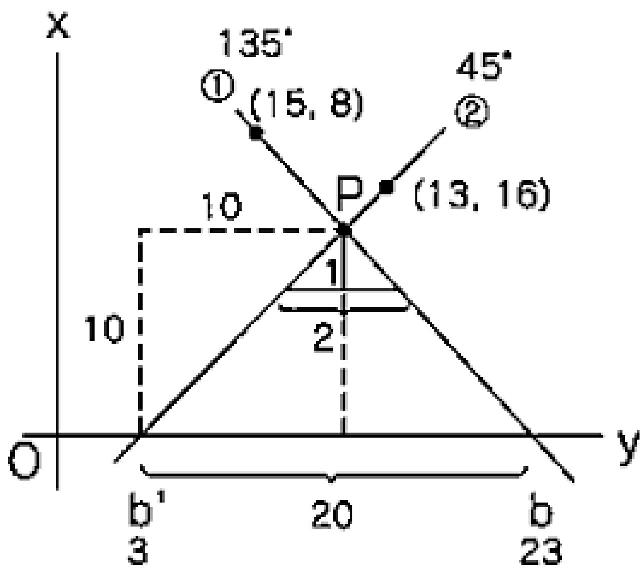
$$y = a'x + b' \quad ・・・②$$

の交点の解を求めるには、式①－式②により、

$0 = (a - a')x + (b - b')$　従って、　$x = \frac{(b-b')}{(a'-a)}$　であった。

　つまり、y軸上のbb’の長さを２直線の傾きの差(a’－a)で割った長さが、交点Pのx軸上の長さであり、Pのx座標である。
　このxをa’倍してb’を加えた長さyが、Pのy座標となる。（右図参照）

　たとえば、右図のように(15,　8)を通り方向角135°　である直線①と、(13,　16)を通り方向角45°　である直線②の交点を求めてみる。



$y = \tan 135° (x - 15) + 8 = -1x + 8$　・・①

$y = \tan 45° (x - 13) + 16 = +1x + 3$　・・②

y 軸上の長さは、

$(b - b') = 23 - 3 = 20$

であり、傾きの差は、　$(a' - a) = 1 - (-1) = +2$　である。

つまり、直線①と②は、ｘの値が1変化するとき、ｙの値が2変化する。よって、$Px = 20 \div 2 = 10$　であり、②の直線において、$1 \times 10 + 3 = 13$　がPyである。よって、Pの座標は、(10,　13)である。

このように、図形上でも確認することができる。　（上図参照）

【５】 ａ，　ｂの端数

　ここまで、傾きａ、切片ｂの値は、ちょうどの数値を用いてきた。一般的には、小数点以下の端数がつく。その場合に、四捨五入して計算すると誤差が生じることがある。

　従って、ａはすべての桁を用いて、ｂはcm単位まで求めようとするときは、少なくともmm単位を用いて計算しなければならない。

　実際に計算するときは、関数電卓やパソコンの計算ソフトを用いて計算するので、計算過程をメモリーに記憶させてフル桁で計算する。

例題８

　A(30,　10）を通る方向角30°　の直線と、B(10,　50）を通り方向角120°の直線の交点をフル桁で求めなさい。

解答８

$y = \tan 30^\circ\ (x-30)+10 \quad = \quad 0.577350269\,x - 7.320508076 \quad \cdots ①$

$y = \tan 120^\circ\ (x-10)+50 = -1.732050808\,x - 67.32050808 \quad \cdots ②$

①式－②式により、

$0 = 2.039401077x - 74.64101616$

$x = 74.64101616 \div 2.30940177 \quad = \quad 32.32050808$

これを、①式に代入すると、

$y = 0.577350269 \times 32.32050808 - 7.320508076 \quad = \quad 11.33974596$

よって、交点Pの座標値は（32.32,　11.34）となる。

このように交点計算は、フル桁で計算する必要がある。

平成28年度　文部科学省委託事業
「成長分野等における中核的専門人材養成等の戦略的推進」事業

社会基盤分野における次世代ニーズに係る
中核的専門人材養成プログラム開発プロジェクト事業

日本工学院八王子専門学校